Sistemes difusos

III. Sistemes basats en el coneixement
3. Sistemes basats en regles
3.3. Sistemes difusos
-Definició dels conjunts difusos i operacions
-Construcció d’un sistema difús
-Aplicació d’una regla i d’un conjunt de regles
-Regles conjuntives i regles disjuntives
-Aspectes pràctics

Sistemes de regles

- Si <premissa> llavors <condició>
- Exemple:

si ε és Molt-positiu **i** $\Delta\varepsilon$ és Molt-positiu

llavors la variable de control ha de ser Poc-negativa

- Entrada:
  - l'error $(t_i - T)$
  - l'increment de l'error $(t_i - T) - (t_{i-1} - T) = (t_i - t_{i-1})$
- Sortida: variable de control

Sistemes de regles

- Fa falta definir els termes
  - Molt-positiu (per l'error i l'increment de l'error)
  - Poc-negativa (per la variable de control)
- Per saber si es pot aplicar la regla

Conjunts difusos.

Definició i operacions

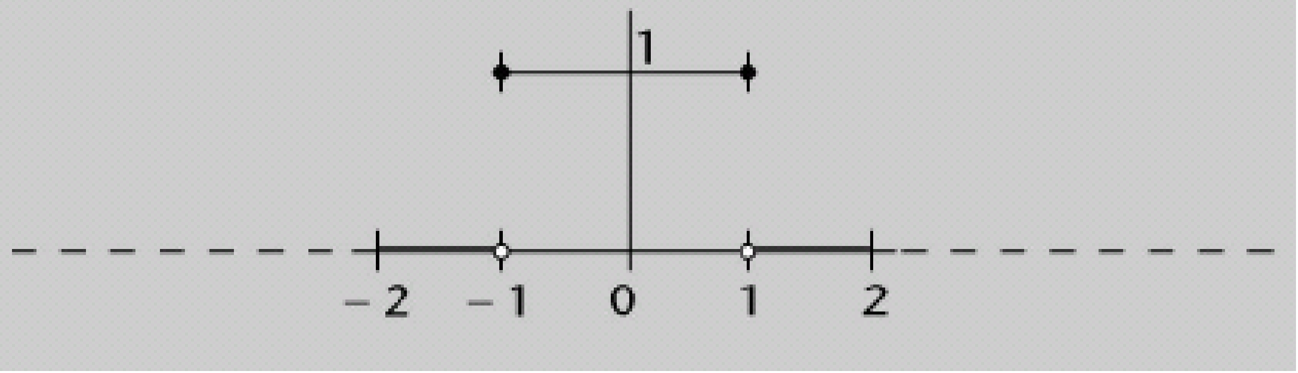
Conjunts difusos: definició

- Generalitzen els conjunts nítids
  - Les operacions pels conjunts difusos generalitzen les dels conjunts nítids
- Representacions dels conjunts nítids:
  - funció característica χ_A: D $\rightarrow$ {0,1}

Conjunts difusos: definició

- Exemple de funció característica: Zero

$$\chi_Z(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in [-1, 1] \\ 0 & \text{si } x \notin [-1, 1] \end{cases}$$



Conjunts difusos: definició

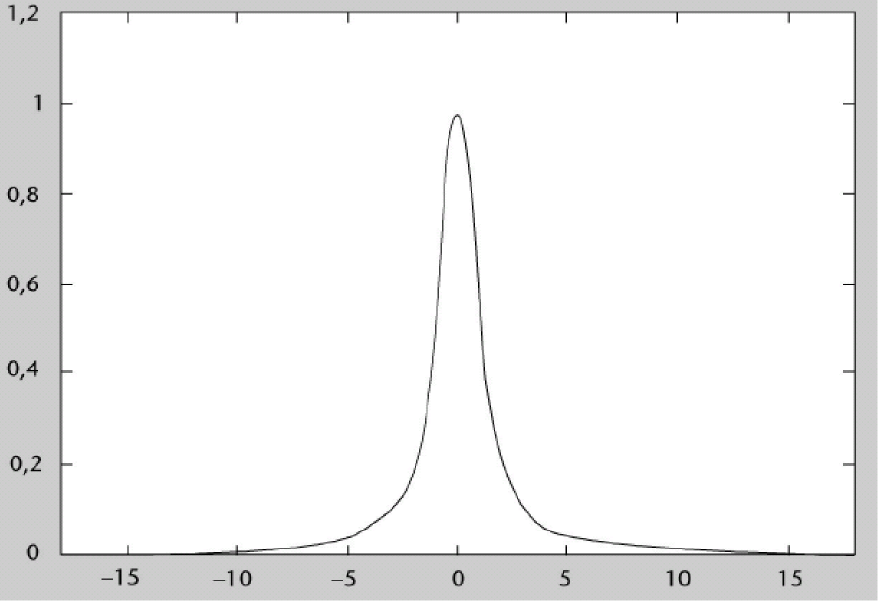
- Exemple de funció característica: Zero
  - $\chi_{Zero}(1)=1$
  - $\chi_{Zero}(1.001)=0$
- Hi ha una transició brusca
  - $\rightarrow$ Els conjunts difusos permeten una transició suau
  - $\rightarrow$ Funció de pertinença: $\mu_A: D \rightarrow [0,1]$

Conjunts difusos: definició

- Exemple. "Aproximadament zero"

$$\mu_Z(x) = 1 / (1+x^2)$$

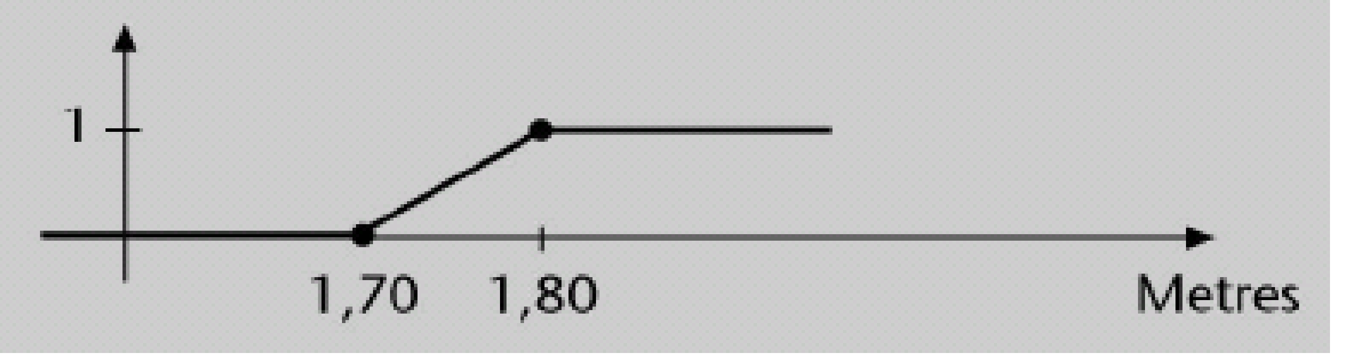
  - $\mu_Z(0)=1$, $\mu_Z(0.5)=0.8$, $\mu_Z(1)=1/(1+1)=0.5$



Conjunts difusos: definició

- Alt: $\mu_{Alt}(1.79)=0.9$

$$\mu_{Alt}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1{,}70\text{m} \\ (x-1{,}70)/(1{,}80-1{,}70) & \text{si } 1{,}70\text{m} \le x \le 1{,}80\text{m} \\ 1 & \text{si } 1{,}80\text{m} < x \end{cases}$$



Conjunts difusos: definició

Example 1: Let the set of all liquids be the universe of objects, and let fuzzy subset L = {all *potable* (="suitable for drinking") liquids}. Suppose you had been in the desert for a week without drink and you came upon two bottles, A and B, marked as membership (A $\in L$)=0.91 and probability (B $\in L$)=0.91.

Confronted with this pair of bottles and given that you must drink from the one that you choose, which would *you* choose to drink from first? Most readers familiar with the basic ideas of fuzzy sets, when presented with this experiment, immediately see that while A could contain, say, swamp water it would not (discounting the possibility of a Machiavellian fuzzy modeler) contain liquids as hydrochloric acid. That is, a *membership* of 0.91 means that the contents of A are "fairly similar" to perfectly potable liquids (pure water). On the other hand, the *probability* that B is potable is = 0.91 means that over a long run of experiments, the contents of B are expected to be potable about 91% of the trials; and the other 9%? In these cases the contents will be unsavory (indeed, possibly deadly) – about one chance in ten. Thus most subjects will opt for a chance to drink swamp water, and will choose bottle A.

J.C. Bezdek (1993). "Editorial: Fuzzy Models – What Are They, and Why?". *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* (vol. 1, núm. 1, pàg. 1 – 6).

Conjunts difusos: operacions

- Operacions sobre conjunts difusos
  - Complementació ($\neg A$)
  - Unió ($A \cup B$)
  - Intersecció ($A \cap B$)
- Han de generalitzar les operacions corresponents per conjunts nítids

Conjunts difusos: complementació

$$X_{\text{no-Z}}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \notin [-1,\, 1] \\ 0 & \text{si } x \in [-1,\, 1] \end{cases}$$

- Quan $\mu_A(x)=1$ aleshores $\mu_{no\text{-}A}(x)=0$
- Quan $\mu_A(x)=0$ aleshores $\mu_{no\text{-}A}(x)=1$
- Podem formalitzar-ho:

$$\mu_{no\text{-}A}(x)=N(\mu_A(x))$$

- Amb $N(0)=1$, $N(1)=0$

Conjunts difusos: complementació

- Condicions sobre la funció N: $[0,1] \rightarrow [0,1]$
  - Monotonia: si $a \leq b$ aleshores $N(a) \geq N(b)$
    - Exemple: Alba 1.72, Blanca 1.75, per tant $a=\mu_{Alt}(Alba)=0.2<b=\mu_{Alt}(Blanca)=0.5$

      $\rightarrow \quad N(a)=\mu_{No\text{-}Alt}(Alba) > N(b)=\mu_{No\text{-}Alt}(Blanca)$
  - Involució: $N(N(a))=a$
  - Condicions de contorn: $N(0)=1$, $N(1)=0$

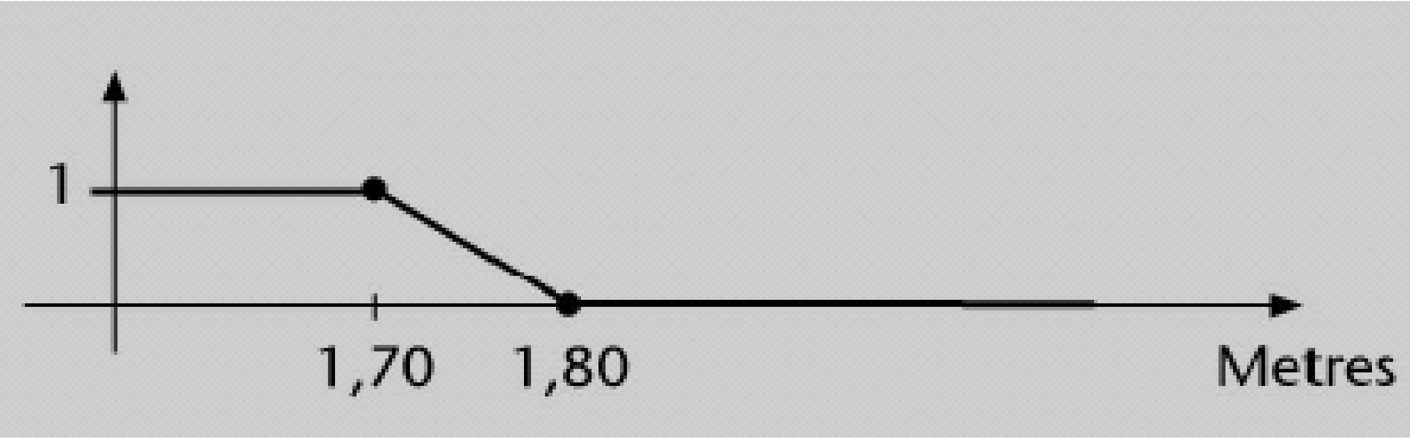
Conjunts difusos: complementació

- Exemples $N(a)=1-a$

1) $N_\lambda(a) = (1-a) / (1+\lambda a)$ per a qualsevol $\lambda > -1$ (família de Sugeno)

2) $N_w(a) = (1-a^w)^{1/w}$ per a qualsevol $w > 0$ (família de Yager)

- Complementació



Conjunts difusos: unió

- Unió de dos conjunts representats μ_A, μ_B
  - $\mu_{A \cup B}(x) = S(\mu_A(x), \mu_B(x))$
- μ_A, μ_B són valors en [0,1]
- Per tant, S: $[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$
- $S(0,0)=0$, $S(1,0)=S(0,1)=S(1,1)=1$

Conjunts difusos: unió

- Propietats de la t-conorma S
  - Commutativitat: $S(a,b)=S(b,a)$
  - Associativitat: $S(a, S(b,c))=S(S(a,b),c)$
  - Monotonia: si $a \leq c$, $b \leq d$ aleshores $S(a,b) \leq S(c,d)$
  - Element neutre: $S(a,0)=a$
- perquè
  - $A \cup B = B \cup A$
  - $A \cup B \cup C = (A \cup (B \cup C)) = (A \cup B) \cup C$
  - $A \cup \emptyset = A$

Conjunt difusos: unió

- Exemples de t-conormes

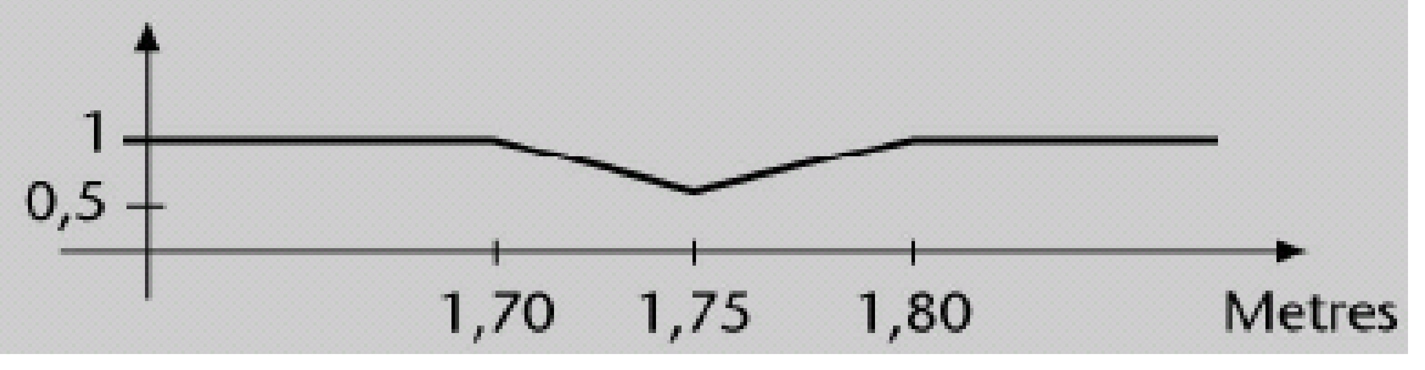
1) $S(a, b) = \min(1, (a^w+b^w)^{1/w})$ per $w>0$ (família de Yager)

2) $S(a, b) = \max(a, b)$ (màxim)

3) $S(a, b) = a + b - ab$ (suma algebraica)

4) $S(a, b) = \min(1, a + b)$ (suma fitada)

- Funció de pertinença de $\mu_{Alt} \cup \mu_{No\text{-}Alt}$



Conjunts difusos: intersecció

- Intersecció de μ_A, μ_B
  - $\mu_{A \cap B}(x) = T(\mu_A(x), \mu_B(x))$
- μ_A, μ_B són valors en [0,1]
- Per tant, T: $[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$
- $T(0,0)=T(1,0)=T(0,1)=0$, $T(1,1)=1$

Conjunts difusos: intersecció

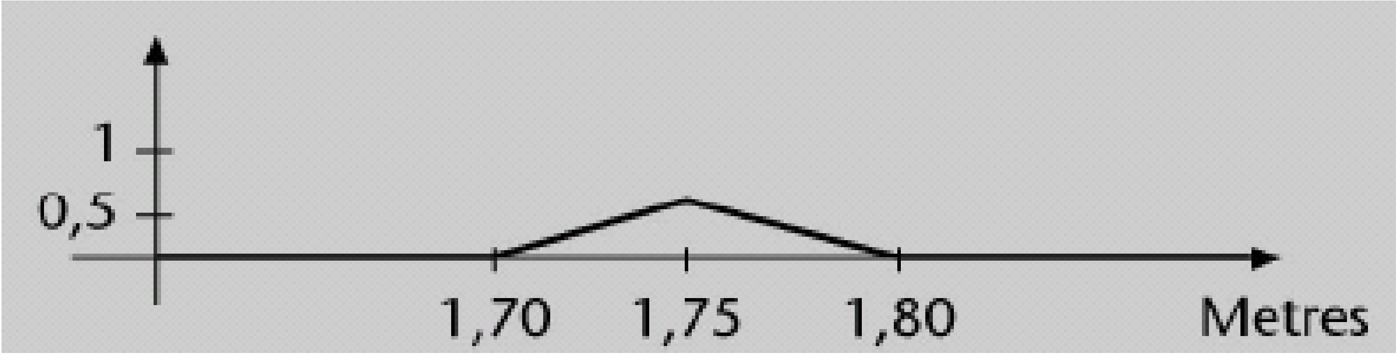
- Propietats de la t-norma T
  - Commutativitat: $T(a,b)=T(b,a)$
  - Associativitat: $T(a, T(b,c))=T(T(a,b),c)$
  - Monotonia: si $a \leq c$, $b \leq d$ aleshores $T(a,b) \leq T(c,d)$
  - Element neutre: $T(a,1)=a$
- perquè
  - $A \cap B = B \cap A$
  - $A \cap B \cap C = (A \cap (B \cap C)) = (A \cap B) \cap C$
  - $A \cap X = A$

Conjunts difusos: intersecció

- Exemples de t-normes

1) $T(a, b) = 1\text{-min}\ (1, [(1\text{-}a)^w + (1\text{-}b)^w]^{1/w})$ per $w>0$ (família de Yager)
2) $T(a, b) = \min\ (a, b)$ (mínim)
3) $T(a, b) = ab$ (producte algebraic)
4) $T(a, b) = \max\ (0, a + b - 1)$ (diferència fitada)

- Funció de pertinença de $\mu_{Alt} \cap \mu_{No\text{-}Alt}$:

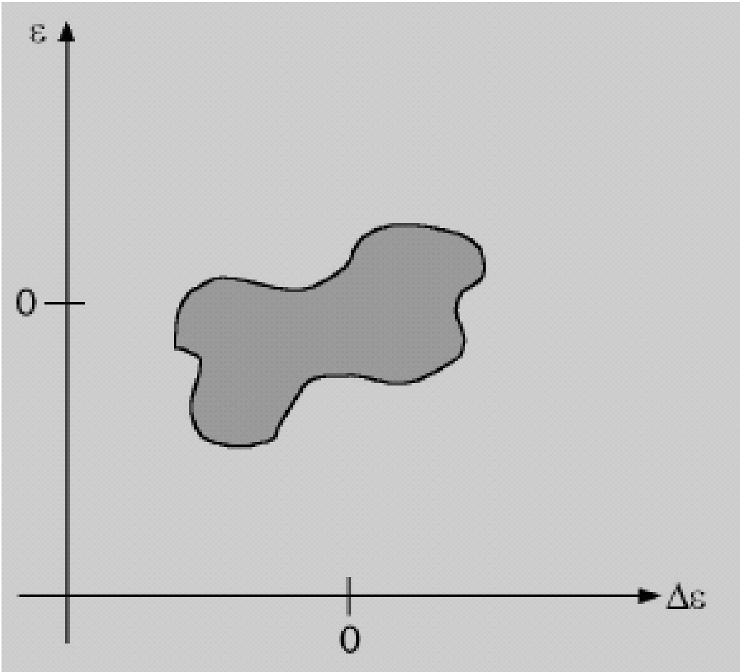


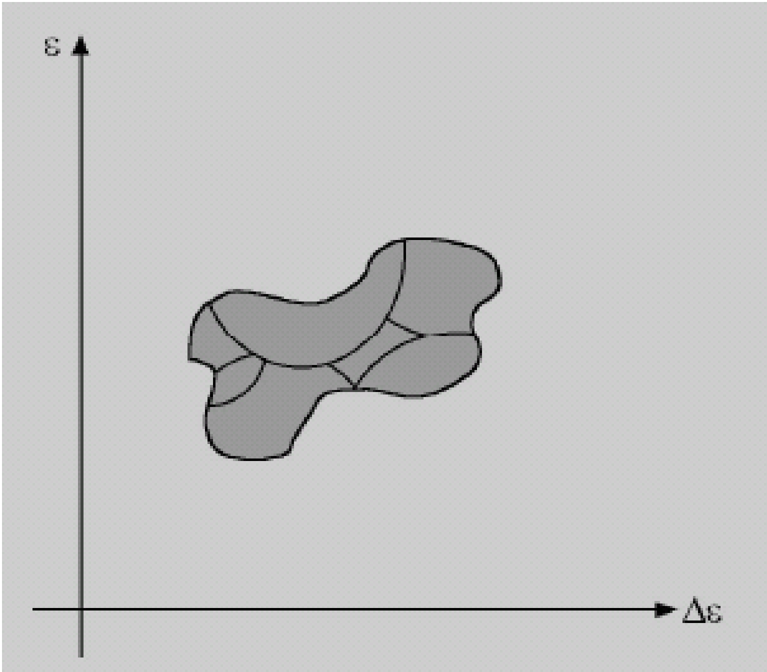
Sistema difús.

construcció

Construcció d'un sistema difús

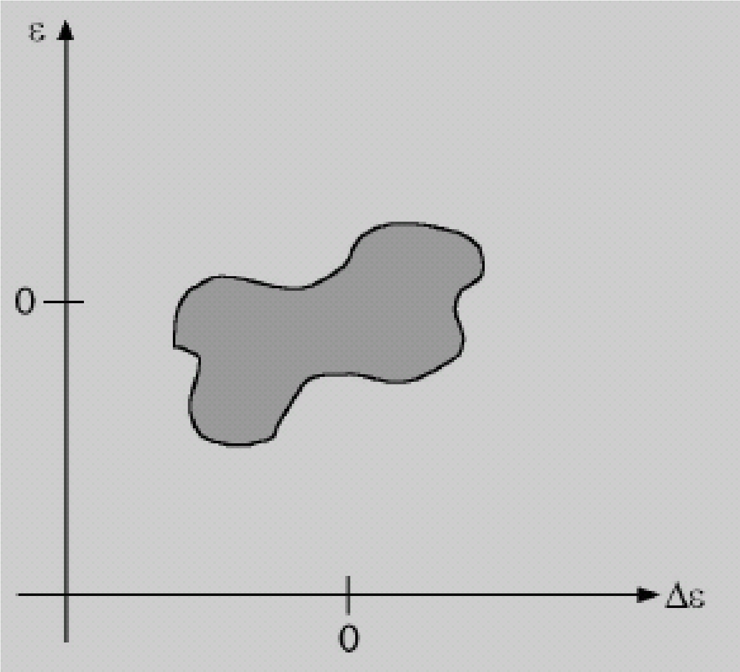
- Domini d'aplicació
- Partició irregular

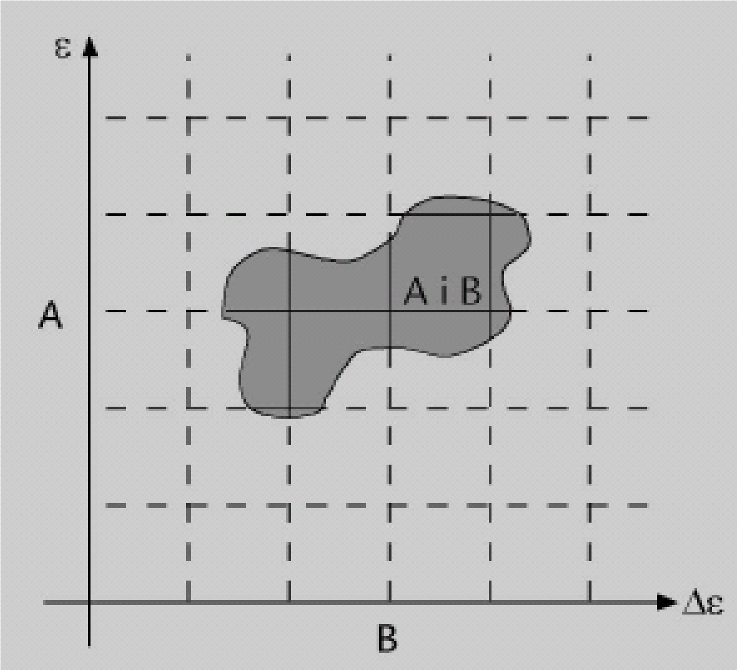




Construcció d'un sistema difús

- Domini d'aplicació
- Partició regular





si ε és A i Δε és B llavors

Construcció d'un sistema difús

- Per a les particions regulars,
  - $\rightarrow$ regles de la forma:

si X_1 és $t_{1,a}$ **i** X_2 és $t_{2,b}$ **i** X_3 és $t_{3,c}$ **i** … **i** X_n és $t_{n,z}$ **llavors** Y és $t_{Y,o}$

Construcció d’un sistema difús

- Variable lingüística
  - Informalment, pren com a valors mots en llenguatge natural (p. e. fred, calent) que s’interpreten després mitjançant conjunts difusos

“Linguistic variable: a variable whose values are words or sentences in a natural or artificial language.”

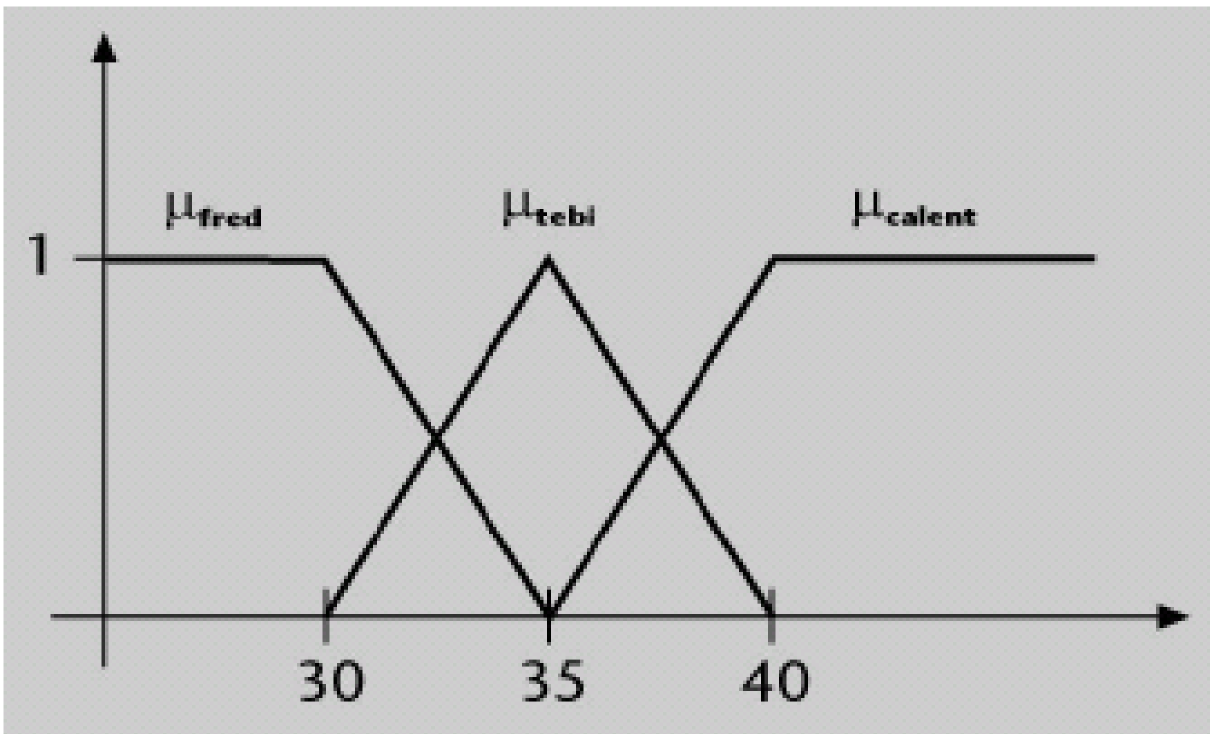
L.A. Zadeh (1975). “The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning”. *Information Science* (núm. 8, pàg. 199-249 i 301-357).

Construcció d'un sistema difús

- Variable lingüística: <X, L_X, U_X,S_X>
  - X: Nom de la variable lingüística
    - (edat, alçada, temperatura)
  - L_X: Els valors lingüístics que pot prendre la variable
    - $L_{temperatura}$={fred, tebi, calent}
  - U_X:Univers de discurs on pren valors la variable
    - $U_{temperatura}$=[-50,50], subconjunt dels Reals
  - S_X: funció semàntica que interpreta cada terme
    - $S_{temperatura}$: assigna a calent temperatures > 40 graus

Construcció d'un sistema difús

- Exemple: conjunts difusos associats als termes fred, tebi, calent



Construcció d'un sistema difús

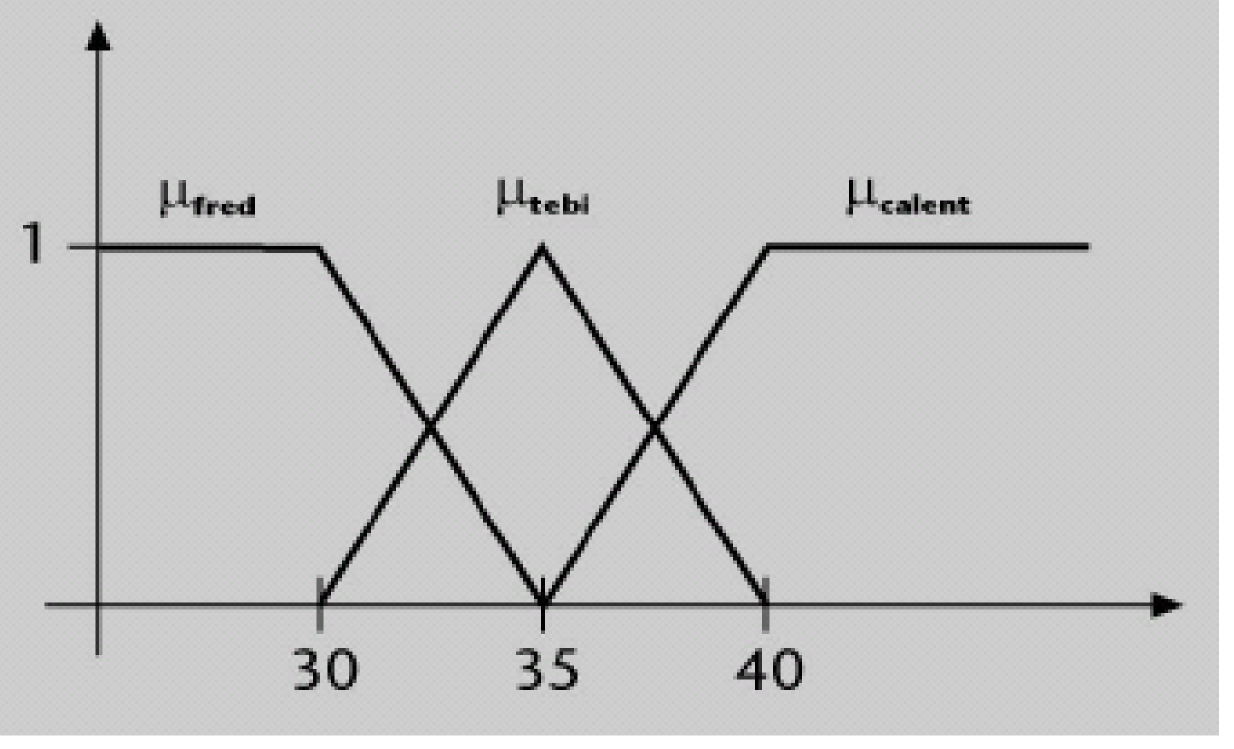
- Per definir les funcions de pertinença
  - $\rightarrow$Particions difuses
- Partició difusa: generalització de la nítida

Un conjunt $\mu=\{\mu_1, \ldots, \mu_n\}$ de conjunts difusos defineix una partició difusa de l'univers de discurs D, quan $\Sigma_{i=1,n}\, \mu_i(x)=1$ per a tot $x \in$ D.

Construcció d'un sistema difús

- Exemple: és una partició difusa perquè

$$\mu_{fred}(x)+\mu_{tebi}(x)+\mu_{calent}(x) = 1$$



Construcció d’un sistema difús

- Selecció de les variables i construcció de les regles
  - Variables d’entrada
  - Variables de sortida
  - Components de les variables ($<X, L_X, U_X,S_X>$)
  - Definició de les regles

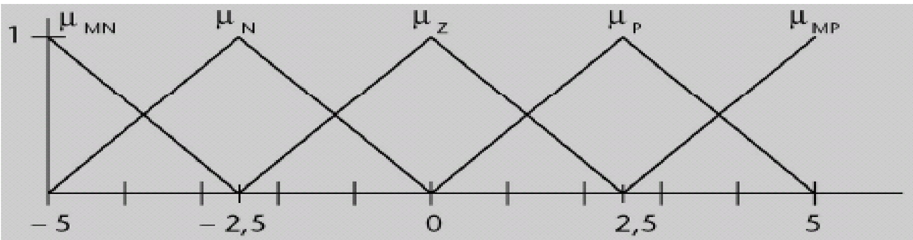
si X_1 és $t_{1,a}$ **i** X_2 és $t_{2,b}$ **i** X_3 és $t_{3,c}$ **i** … **i** X_n és $t_{n,z}$ **llavors** Y és $t_{Y,o}$

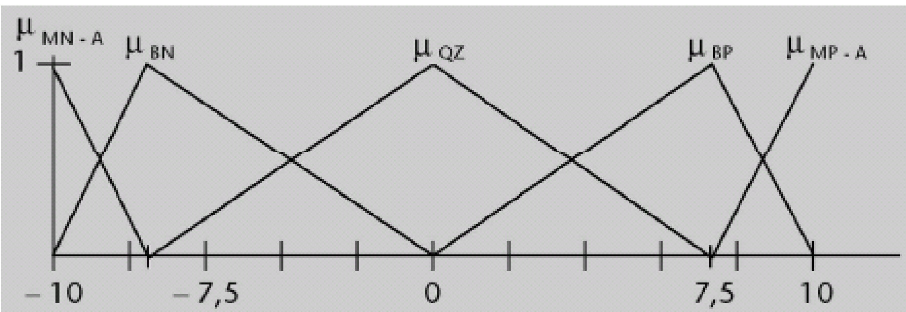
Construcció d'un sistema difús

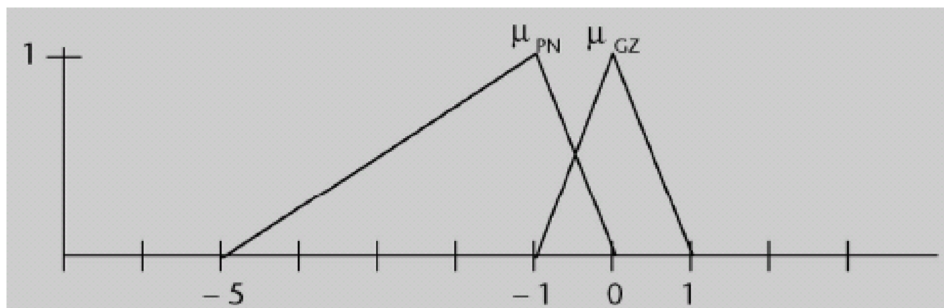
- Exemple.
  - Variables d'entrada
    - error i increment de l'error: ε, $\Delta\varepsilon$
  - Variable de sortida
    - variable de control: vc
  - Components de les variables:
    - L_{ε}={Molt-positiu (MP), Positiu (P), Zero (Z), Negatiu (N), Molt-Negatiu (MN)}
    - $L_{\Delta\varepsilon}$={Molt-negatiu (MN-Δ), Bastant-negatiu (BN), Quasi-Zero (QZ), Bastant-Positiu(BP), Molt-positiu (MP-Δ)}
    - L_{vc}={..., Gairebé-Zero (GZ), Poc-negativa (PN), ...}

Construcció d'un sistema difús

– Components de les variables (continuació)







Construcció d'un sistema difús

– Definició de les regles

si ε és Molt-positiu **i** Δε és Molt-positiu **llavors** vc és Poc-negativa

→ són 5 x 5 = 25 regles

si ε és Molt-positiu **i** Δε és Molt-negatiu **llavors** ...

si ε és Molt-positiu **i** Δε és Bastant-negatiu **llavors** ...

si ε és Molt-positiu **i** Δε és Quasi-zero **llavors** ...

si ε és Molt-positiu **i** Δε és Bastant-positiu **llavors** ...

si ε és Molt-positiu **i** Δε és Molt-positiu **llavors** vc és Poc-negativa

si ε és Positiu **i** Δε és Molt-negatiu **llavors** ...

si ε és Positiu **i** Δε és Bastant-negatiu **llavors** ...

si ε és Positiu **i** Δε és Quasi-zero **llavors** ...

si ε és Positiu **i** Δε és Bastant-positiu **llavors** ...

Construcció d'un sistema difús

si ε és Positiu **i** Δε és Molt-positiu **llavors** ...
si ε és Zero **i** Δε és Molt-negatiu **llavors** ...
si ε és Zero **i** Δε és Bastant-negatiu **llavors** ...
si ε és Zero **i** Δε és Quasi-zero **llavors** ...
si ε és Zero **i** Δε és Bastant-positiu **llavors** ...
si ε és Zero **i** Δε és Molt-positiu **llavors** ...
si ε és Negatiu **i** Δε és Molt-negatiu **llavors** ...
si ε és Negatiu **i** Δε és Bastant-negatiu **llavors** ...
si ε és Negatiu **i** Δε és Quasi-zero **llavors** ...
si ε és Negatiu **i** Δε és Bastant-positiu **llavors** ...
si ε és Negatiu **i** Δε és Molt-positiu **llavors** ...
si ε és Molt-negatiu **i** Δε és Molt-negatiu **llavors** ...
si ε és Molt-negatiu **i** Δε és Bastant-negatiu **llavors** ...
si ε és Molt-negatiu **i** Δε és Quasi-zero **llavors** ...
si ε és Molt-negatiu **i** Δε és Bastant-positiu **llavors** ...
si ε és Molt-negatiu **i** Δε és Molt-positiu **llavors** ...

Construcció d’un sistema difús

$\rightarrow$ forma tabular, pel cas de 2 entrades

ε \ Δε	MN-Δ	BN	QZ	BP	MP-Δ
MP				PN	PN
P	Π			GZ	PN
Z					
N					
MN					

Construcció d'un sistema difús

- La taula representa

si ε és Molt-positiu **i** $\Delta\varepsilon$ és Molt-positiu **llavors** vc és Poc-negativa

- I també les regles

•

si ε és Molt-positiu (MP) **i** $\Delta\varepsilon$ és Molt-positiu (MP-Δ)
    llavors vc és Poc-negativa (PN)
si ε és Positiu (P) **i** $\Delta\varepsilon$ és Molt-positiu (MP-Δ)
    llavors vc és Poc-negativa (PN)
si ε és Molt-positiu (MP) **i** $\Delta\varepsilon$ és Bastant-positiu (BP)
    llavors vc és Poc-negativa (PN)
si ε és Positiu (P) **i** $\Delta\varepsilon$ és Bastant-positiu (BP)
    llavors vc és Gairebe-zero (GZ)

Sistema difús.

Aplicació d'una regla i d'un conjunt de regles

Cas Mamdani

Aplicació d'una regla

- Grau de satisfacció de l'antecedent
  - Grau en que la regla s'activarà
  - Es calcula mirant la pertinença dels valors de les variables als conjunts difusos

si X_1 és $t_{1,a}$ i X_2 és $t_{2,b}$ i X_3 és $t_{3,c}$ i ... i X_n és $t_{n,z}$ llavors Y és $t_{Y,o}$

- En un instant concret, X_i és x_i, la certesa de les expressions "X_i és $t_{i,j}$" és $\mu_{i,j}(x_i)$
  - Calculem per a la regla anterior:

$$\mu_{1,a}(x_1), \mu_{2,b}(x_2), \mu_{3,c}(x_3), \ldots, \mu_{n,z}(x_n)$$

Aplicació d'una regla

- Grau de satisfacció de l'antecedent
  - Com que els "X_i és $t_{i,j}$" estan units amb conjuncions,

    $\rightarrow$ combinem els $\mu_{i,j}(x_i)$ amb una t-norma:

    $$T(\mu_{1,a}(x_1), \mu_{2,b}(x_2), \mu_{3,c}(x_3), \ldots, \mu_{n,z}(x_n))$$

Aplicació d'una regla

- Exemple. Considerem la regla

Si ε és MP **i** $\Delta\varepsilon$ és MP-Δ **llavors** vc és PN

amb ε=3, $\Delta\varepsilon$=8.5:

$$\mu_{MP}(x)= \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 2,5 \\ (x-2,5)/(5-2,5) & \text{si } 2,5 \leq x \end{cases}$$

$$\mu_{MP\text{-}\Delta}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 7,5 \\ (x-7,5)/(10-7,5) & \text{si } 7,5 \leq x \end{cases}$$

Aplicació d'una regla

obtenim

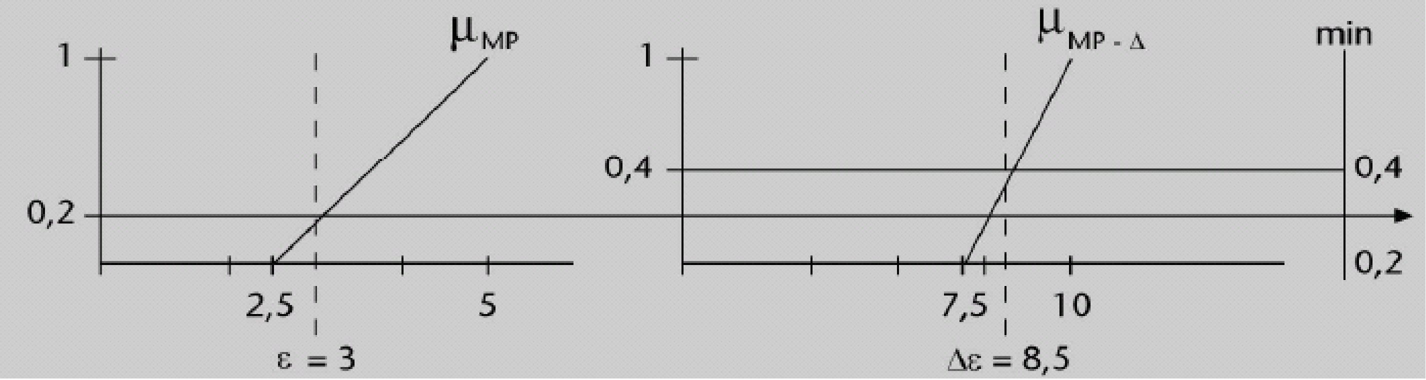
$\mu_{MP}(\varepsilon=3)=(3-2.5)/(5-2.5)=0.2$

$\mu_{MP-\Delta}(\Delta\varepsilon=8.5)=(8.5-7.5)/(10-7.5)=0.4,$

que combinem fent,

$T(\mu_{MP}(3),\ \mu_{MP-\Delta}(8.5))=\min(0.2,0.4)=0.2$

gràficament



Aplicació d’una regla

- Propagació
  - Si l’antecedent es compleix completament
    - $\rightarrow$ La conclusió no es modifica
  - Si l’antecedent no es compleix ...
    - $\rightarrow$ La conclusió si es modifica

Aplicació d'una regla

- Propagació

$$\mu'(x) = \min(\alpha, \mu(x))$$

- Quan

$$\alpha = T(\mu_{1,a}(x_1), \mu_{2,b}(x_2), \ldots, \mu_{n,z}(x_n))$$

Aplicació d'una regla

- Exemple. Propagació (teníem α = 0.2) sobre la funció de pertinença

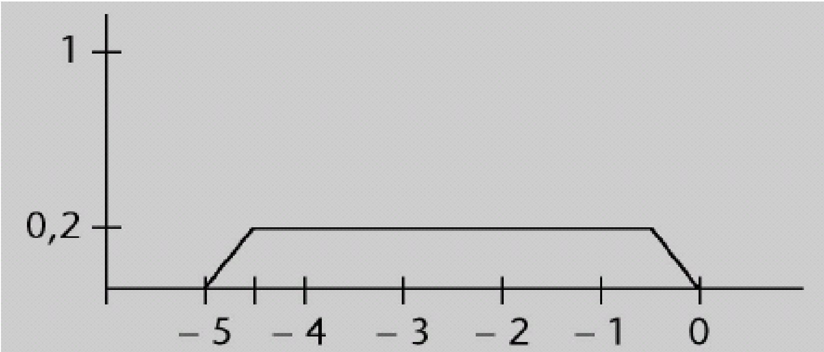
$$\mu_{PN}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \le -5 \\ (x+5)/(-1+5) & \text{si } -5 \le x \le -1 \\ 1-(x+1)/(0+1) & \text{si } -1 \le x \le 0 \\ 0 & \text{si } 0 \le x \end{cases}$$

- Obtenint la funció de pertinença truncada

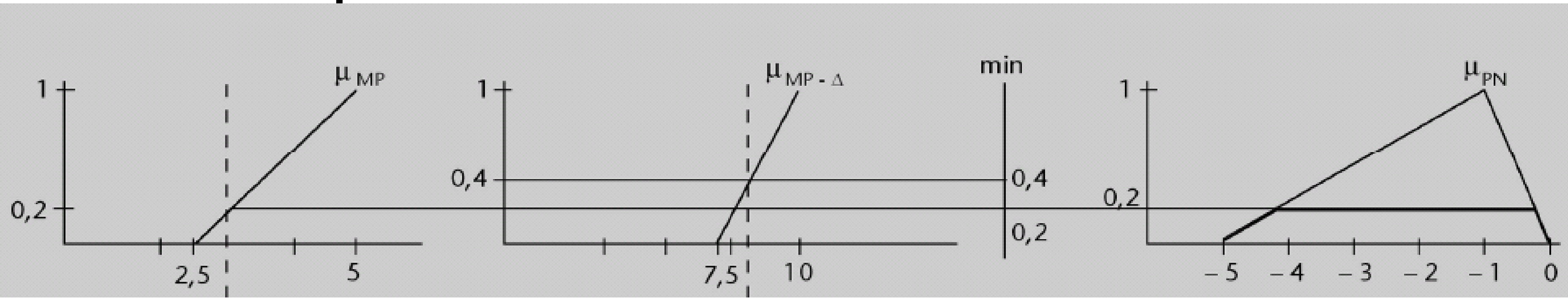
$$\mu\ (x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \le -5 \\ (x+5)/(-1+5) & \text{si } -5 \le x \le -4{,}2 \\ 0{,}2 & \text{si } -4{,}2 \le x \le -0{,}2 \\ 1-(x+1)/(0+1) & \text{si } -0{,}2 \le x \le 0 \\ 0 & \text{si } 0 \le x \end{cases}$$

Aplicació d'una regla

- Gràficament



- Tot el procés



Aplicació a un conjunt de regles

- Apliquem cada regla per separat
- Fem la unió de les conclusions

Aplicació d'un conjunt de regles

- Exemple. Considerem les regles

R1. Si ε és MP i $\Delta\varepsilon$ és MP-Δ llavors vc és PN

R2. Si ε és P i $\Delta\varepsilon$ és MP-Δ llavors vc és PN

R3. Si ε és MP i $\Delta\varepsilon$ és BP llavors vc és PN

R4. Si ε és P i $\Delta\varepsilon$ és BP llavors vc és GZ

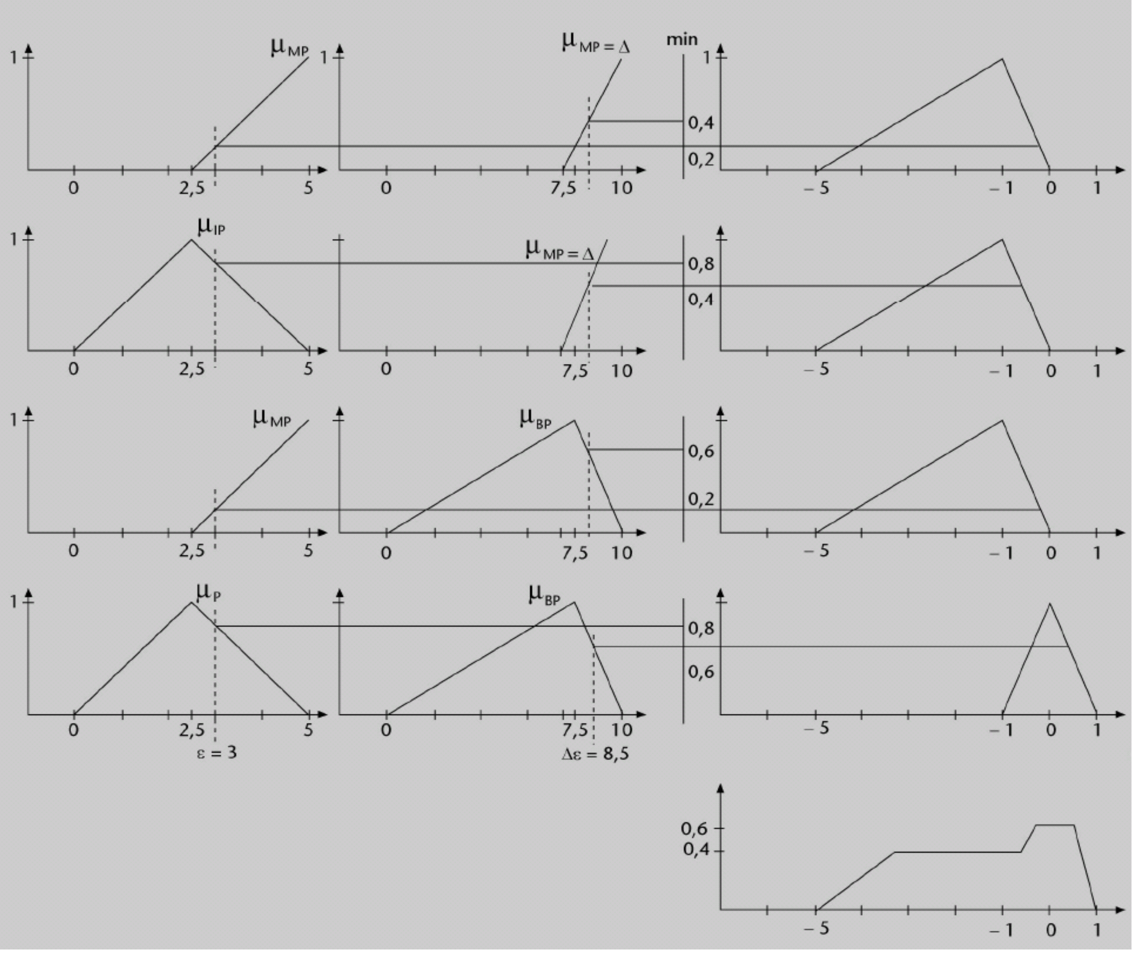
Aplicació d'un conjunt de regles

- Grau de satisfacció dels antecedents

Satisfacció de l'antecedent de les regles R1, R2, R3 i R4.			
Regles	**ε és A**	**Δε és B**	**Satisfacció antecedent**
R1. Si ε és MP i Δε és MP-Δ llavors vc és PN	0,2	0,4	0,2
R2. Si ε és P i Δε és MP-Δ llavors vc és PN	0,8	0,4	0,4
R3. Si ε és MP i Δε és BP llavors vc és PN	0,2	0,6	0,2
R4. Si ε és P i Δε és BP llavors vc és GZ	0,8	0,6	0,6

- ... Propagació al conseqüent (gràficament)

Aplicació d'un conjunt de regles



Aplicació d'un conjunt de regles

- Nitidificació
  - Transformació del conjunt difús en un valor
- Un dels mètodes: centre de masses

$$\frac{\Sigma_{x \in D} \mu(x) * x}{\Sigma_{x \in D} \mu(x)}$$

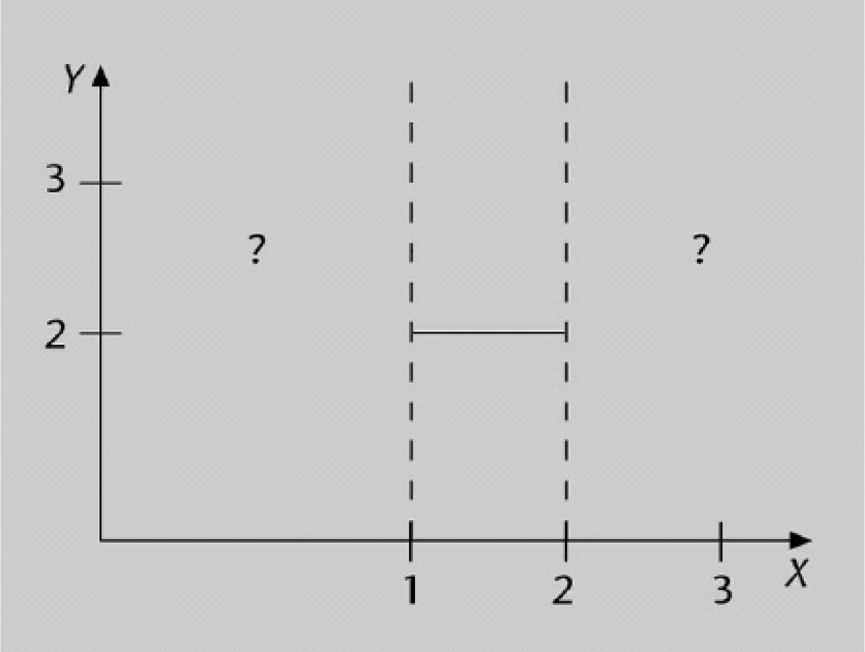
- Exemple.
  - Resultat de la nitidificació = -1.56

Sistema difús.

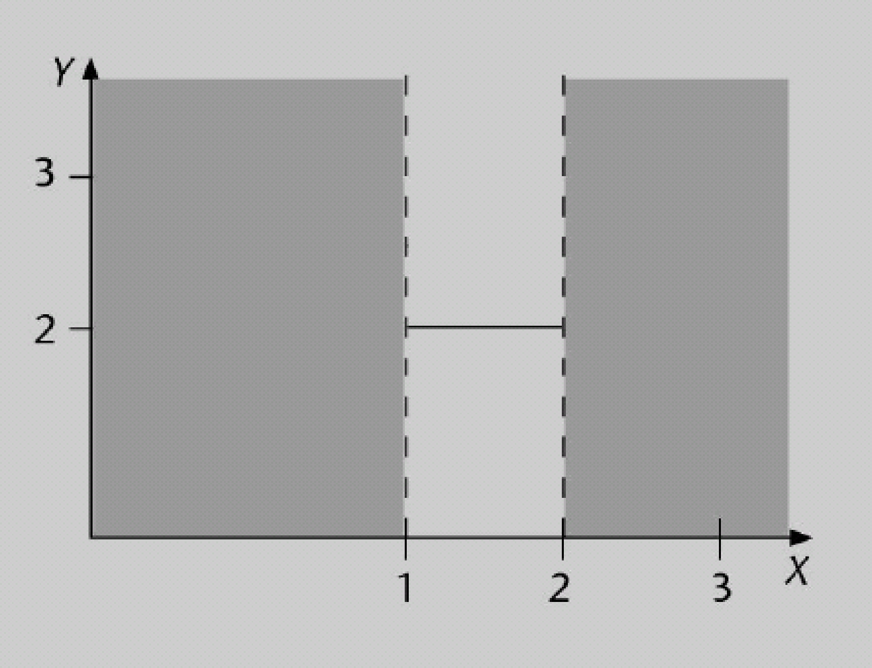
Sistemes amb regles conjuntives i amb regles disjuntives. Les implicacions

Regles disjuntives vs. conjuntives

- Funció característica de la regla:
  - si X és en l'interval [1,2] llavors Y és 2

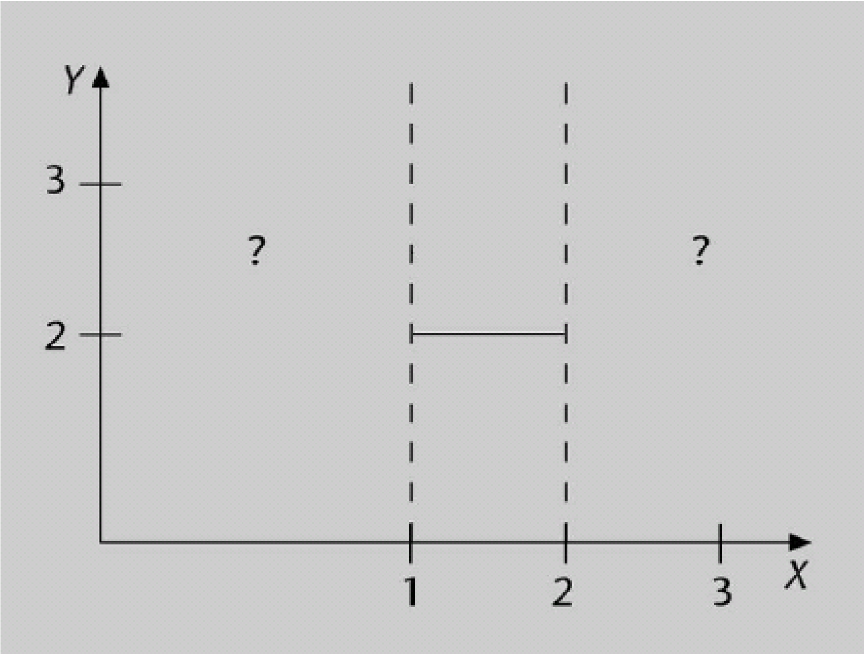


- Interpretació conjuntiva

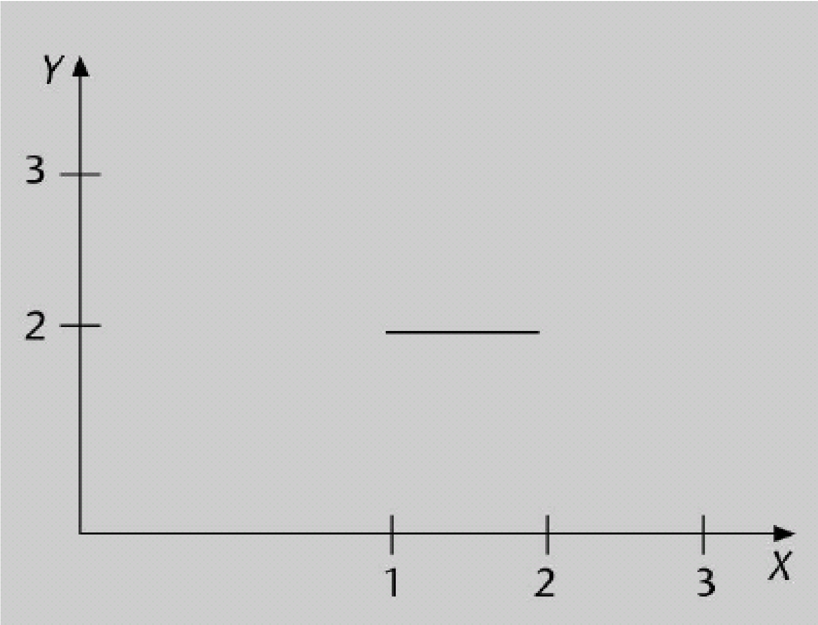


Regles disjuntives vs. conjuntives

- Funció característica de la regla:
  - si X és en l'interval [1,2] llavors Y és 2

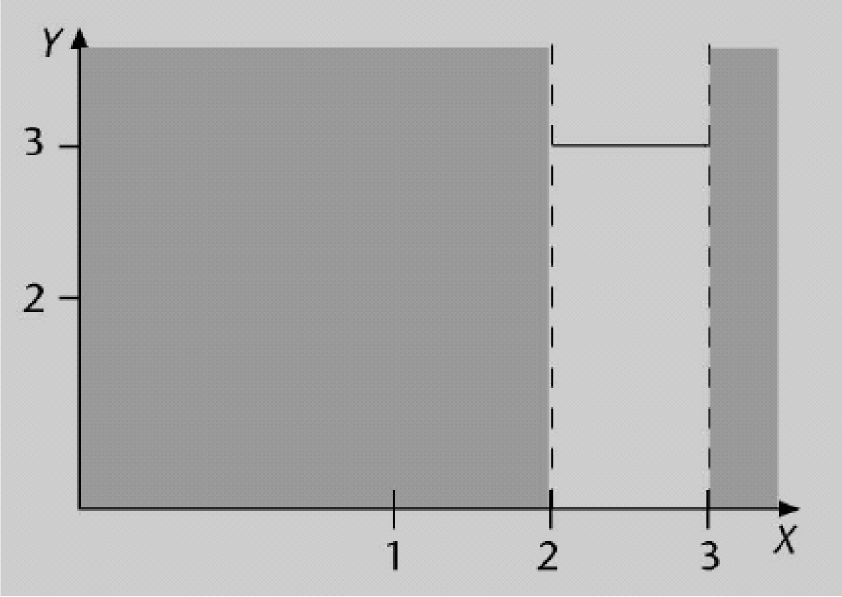


- Interpretació disjuntiva

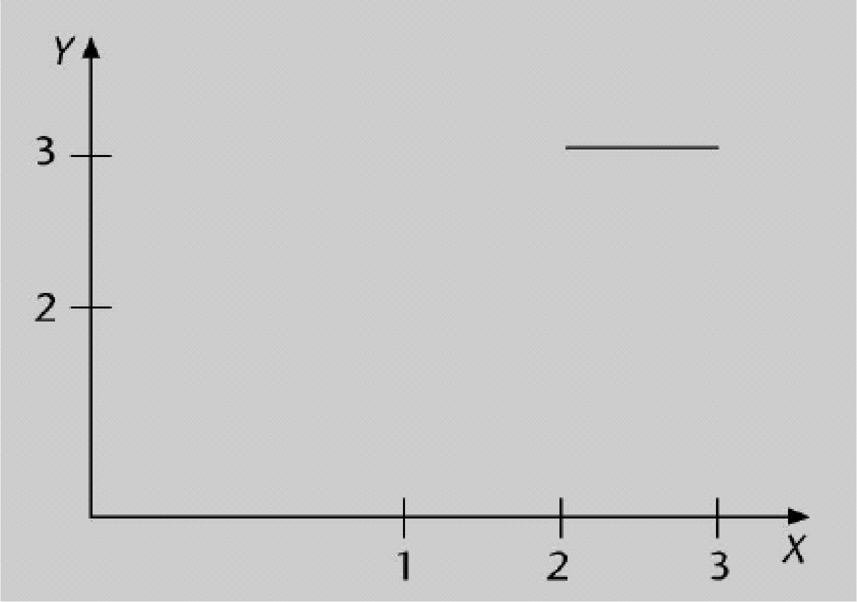


Regles disjuntives vs. conjuntives

- Interpretació conjuntiva
  - si X és en l'interval [2,3] llavors Y és 3

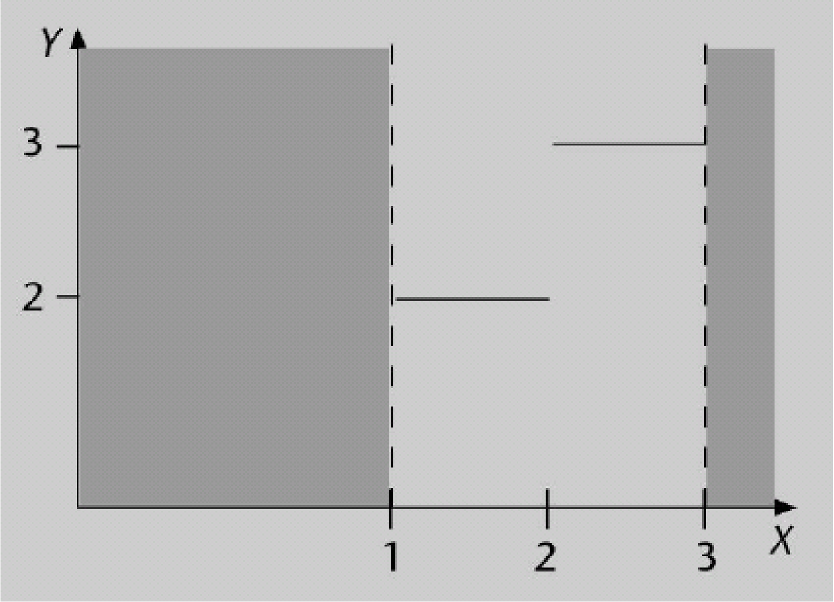


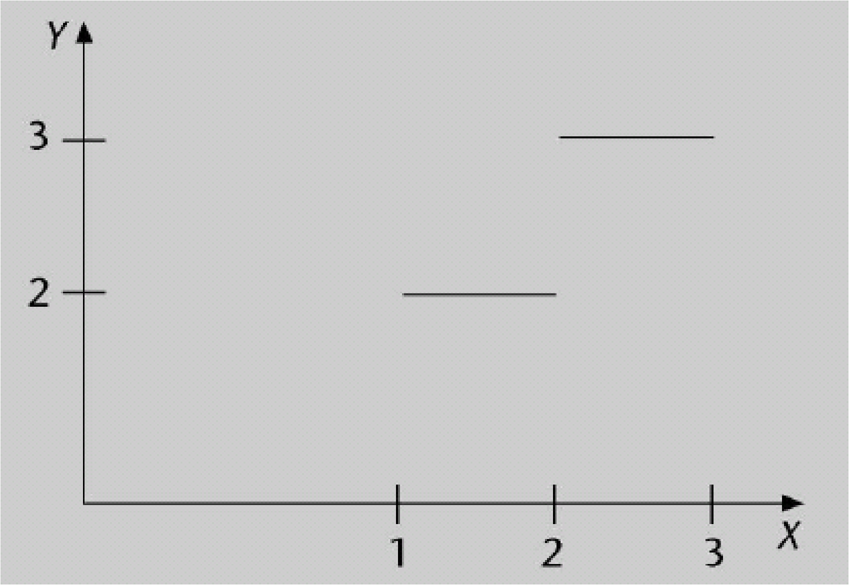
- Interpretació disjuntiva
  - si X és en l'interval [2,3] llavors Y és 3



Regles disjuntives vs. conjuntives

- Interpretació de les relacions conjuntives
- Interpretació de les relacions disjuntives





Regles disjuntives vs. conjuntives

- Construcció de la relació d'una regla

  Si X és A llavors Y es B

  – A partir de $\mu_A(x)$ i $\mu_B(y)$ construïm $\mu_R(x,y)$
    - Disjuntives: a partir d'una conjunció,
      – $\mu_R(x,y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$, o una altra t-norma T
    - Conjuntives: a partir d'una implicació
      – $\mu_R(x,y) = I(\mu_A(x), \mu_B(y))$
- Propagació (per una regla)
  – A partir d'un estat $\mu_{A'}$ i una regla $\mu_R(x,y)$: $\mu_{B'}(y) = \mu_{A'} \circ \mu_R$
  – Quan $\mu_{A'}$ és un nombre x_0, això és, $\mu_{A'}(x)=1$ si i només si $x=x_{0,}$
    - Disjuntives:

      $\mu_{B'}(y) = \sup_{x\in X} \min (\mu_R(x,y), \mu_{A'}(x)) = T(\mu_A(x_0), \mu_B(y))$
    - Conjuntives:

      $\mu_{B'}(y) = \sup_{x\in X} \min (\mu_R(x,y), \mu_{A'}(x)) = I(\mu_A(x_0), \mu_B(y))$

Regles disjuntives vs. conjuntives

- En general, donat un estat i unes regles podem fer:
  - (D1) Regles disjuntives, primer composició de l’estat amb cada regla i combinant després les conclusions
  - (D2) Regles disjuntives, primer unir les regles i després composant-hi l’estat
  - (C1) Regles conjuntives, primer composició de l’estat amb cada regla i combinant les conclusions
  - (C2) Regles conjuntives, primer fer la intersecció de les regles i després composar-hi l’estat
- Es pot demostrar que:
  - D1 i D2 són equivalents, C1 i C2 no i, que de fet, es satisfà

$$C2 \subseteq C1 \subseteq D2 = D1$$

- Computacionalment, C1 i D1 són més senzills

Sistema difús.

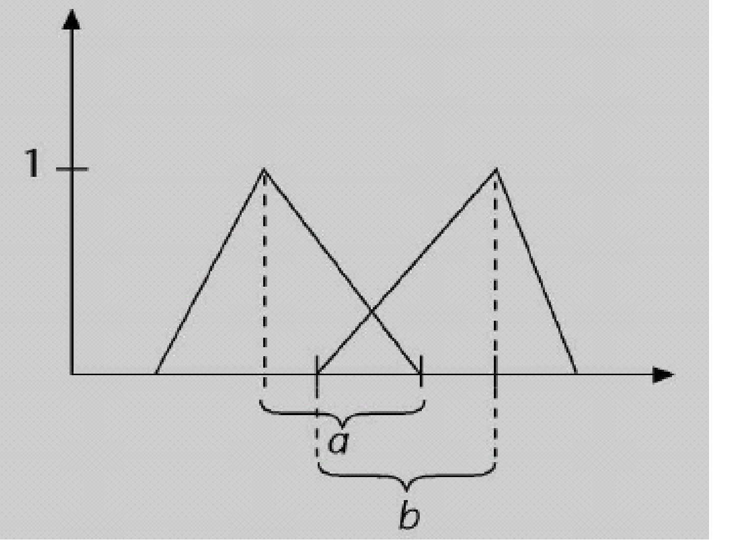
Aspectes pràctics

Aspectes pràctics

- La construcció d'un sistema difús necessita definir les regles, concretar t-normes, t-conormes, ...
- Algunes indicacions
  - La t-norma producte acostuma a donar resultats més acurats que el mínim
  - La utilització de funcions paramètriques (com les famílies de Yager) permet aplicar tècniques d'aprenentatge
  - Sovint es fan servir funcions de pertinença triangular. Una alternativa és emprar B-splines per construir les funcions de pertinença
  - Si no es volen discontinuïtats en la sortida, les funcions de pertinença de termes lingüístics contigus han de tenir intersecció no nul·la
  - Els sistemes amb regles disjuntives són més utilitzats que els de regles conjuntives
  - És més fàcil d'implementar els sistemes que primer apliquen les regles i després combinen les conclusions, que els que primer combinen les regles i després les apliquen.

Aspectes pràctics

- Algunes indicacions (continuació)
  - Quan les amplades de dues funcions de pertinença contigües són iguals (a i b, a la figura), la sortida canvia suament d’un valor a l’altre.



Aspectes pràctics

- Donades N variables, si es consideren L termes, necessitem L^N regles.
  - Exemple: en el nostre cas 5^2 regles
- Una alternativa: sistemes jeràrquics